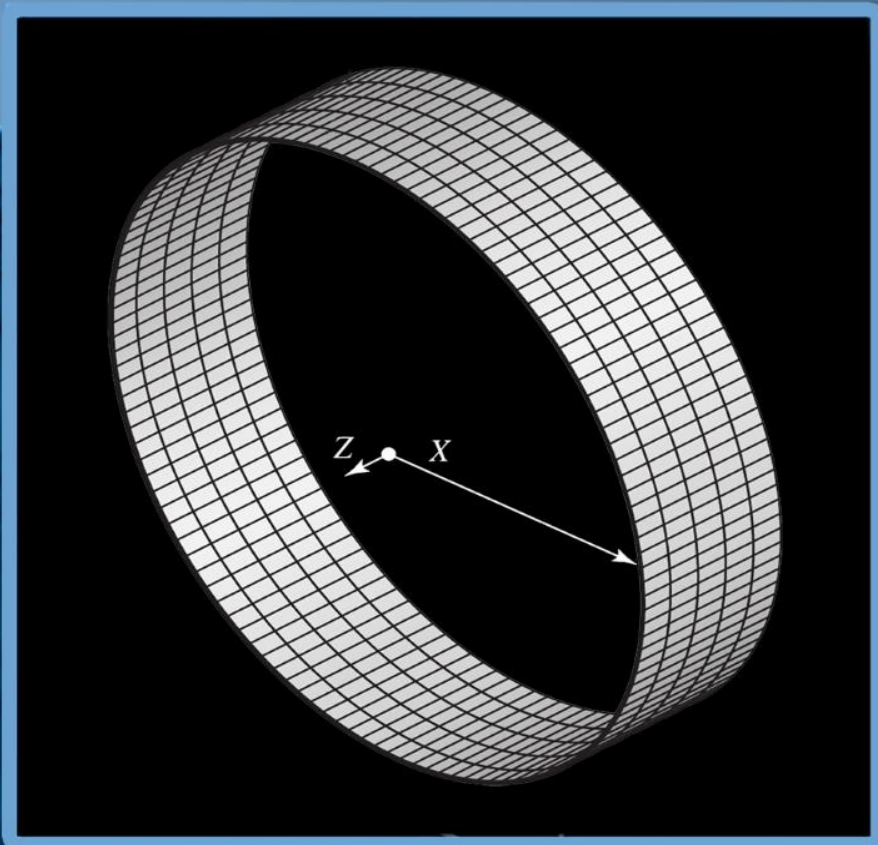


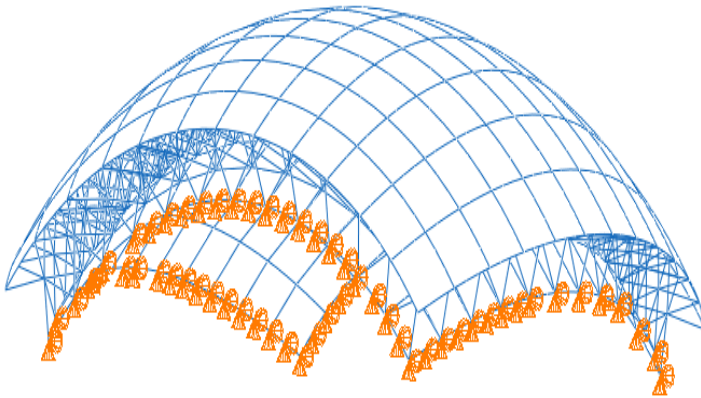
فصل اول



مفاهیم پایه ای روش اجزای محدود

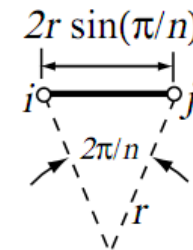
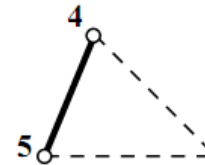
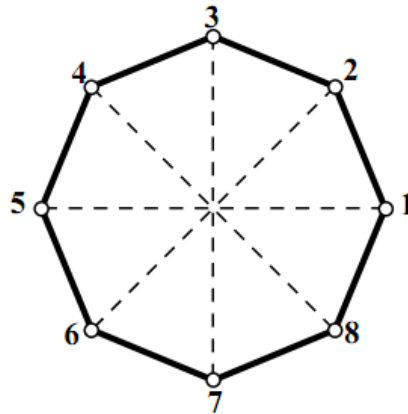
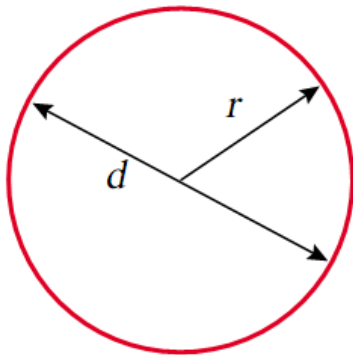
فهرست مطالب

- مقدمه
- کاربردهای روش اجزای محدود
- روند کار روش اجزاء محدود
- انواع المان یک، دو و سه بعدی
- انواع روش های حل عددی
- رویکردهای تحلیل اجزای محدود
- اهداف درس
- نرم افزارهای مبتنی بر اجزای محدود



مقدمه

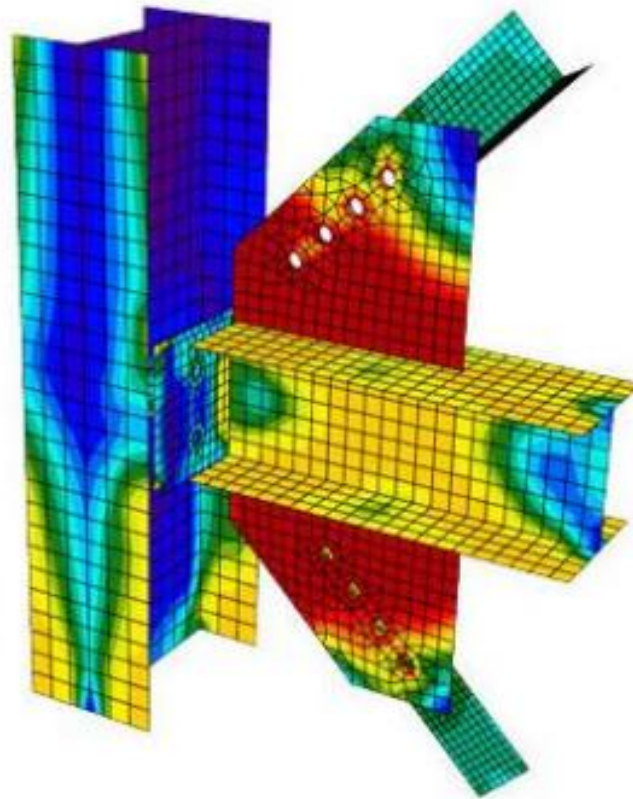
- ایده روش اجزاء محدود



n	$\pi_n = n \sin(\pi/n)$	Exact π to 16 places
1	0.0000000000000000	
2	2.0000000000000000	
4	2.828427124746190	
8	3.061467458920718	
16	3.121445152258052	
32	3.136548490545939	
64	3.140331156954753	
128	3.141277250932773	
256	3.141513801144301	3.141592653589793

مقدمه

- ایده روش اجزاء محدود



IDEA StatiCa

کاربردها

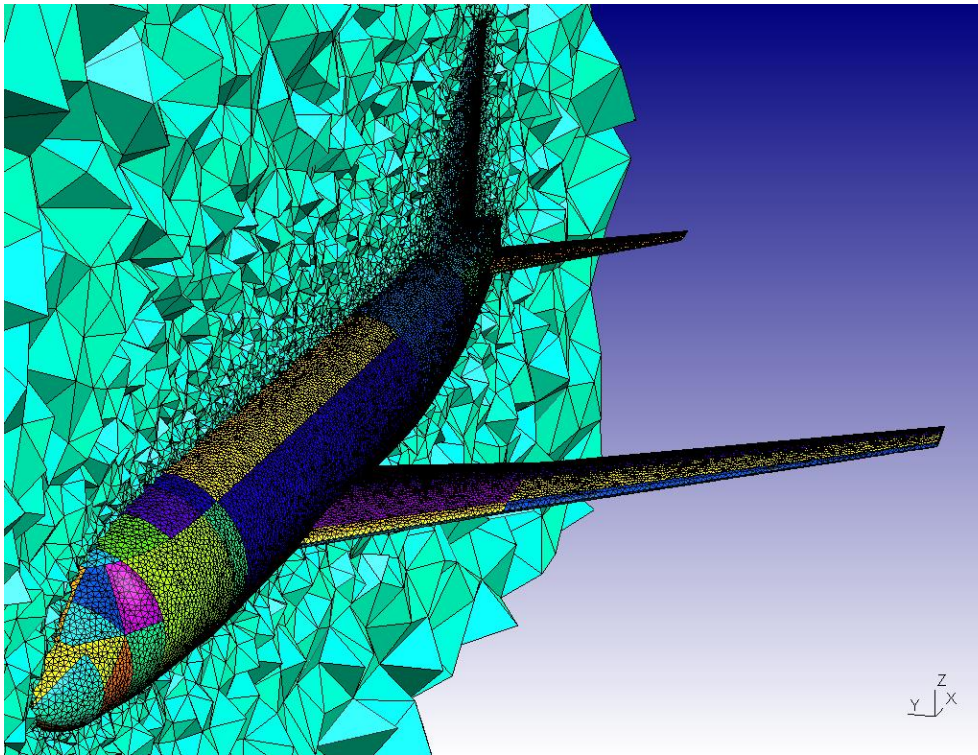
- مهندسی خودرو



Image Courtesy of:
GRM Consulting, UK

کاربردها

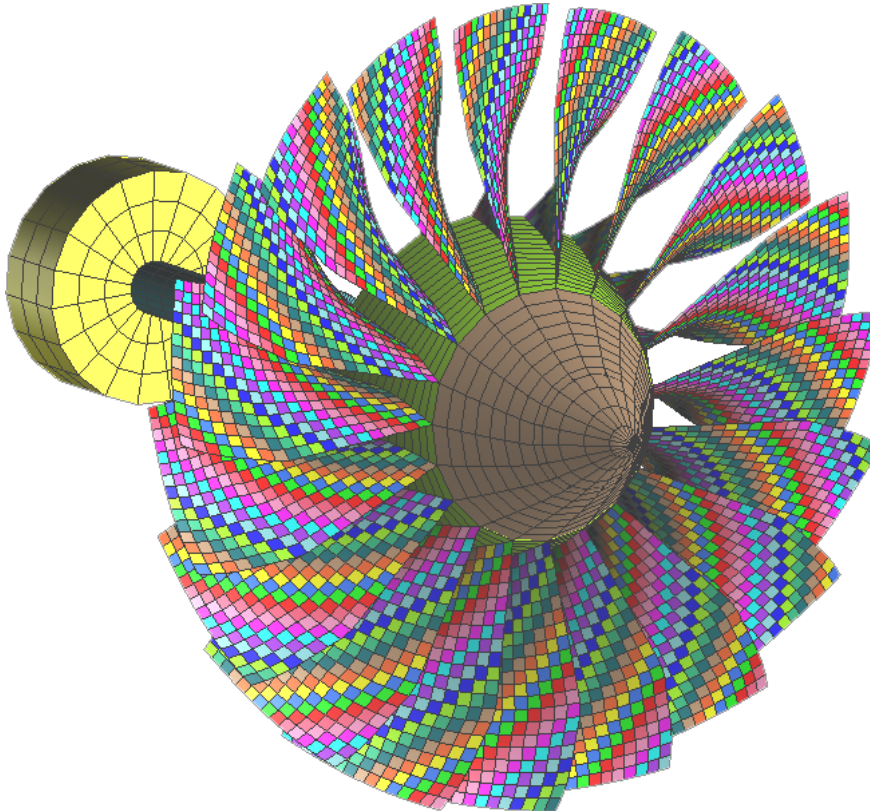
- مهندسی هوافضا



aerospaceengineering.aero

کاربردها

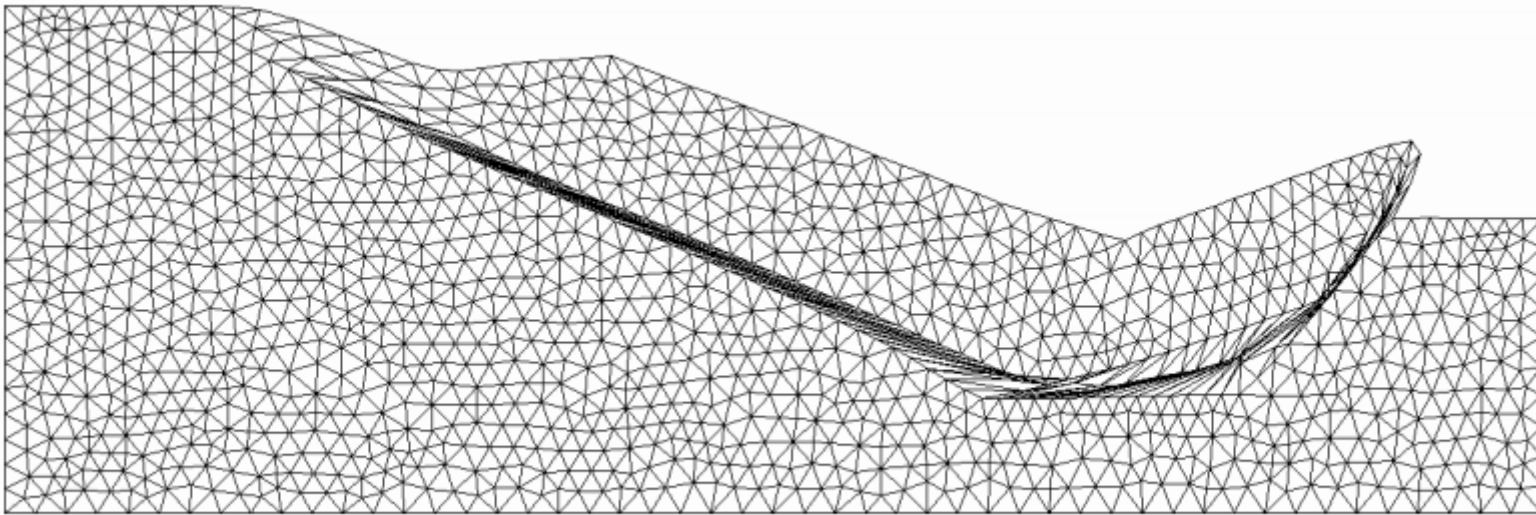
- مکانیک جامدات



MSC Nastran

کاربردها

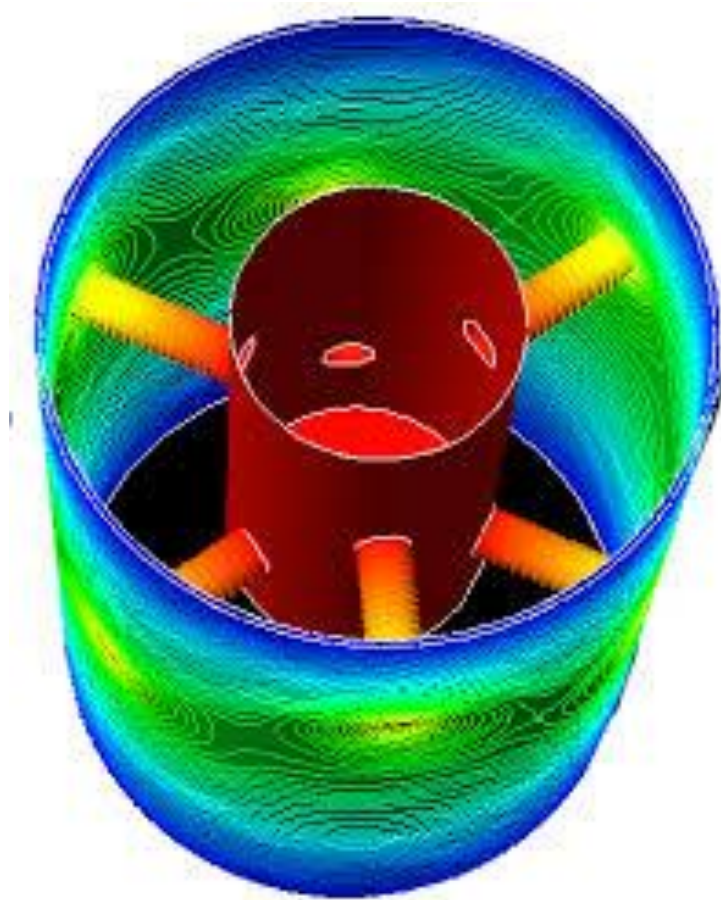
- مکانیک خاک و پی



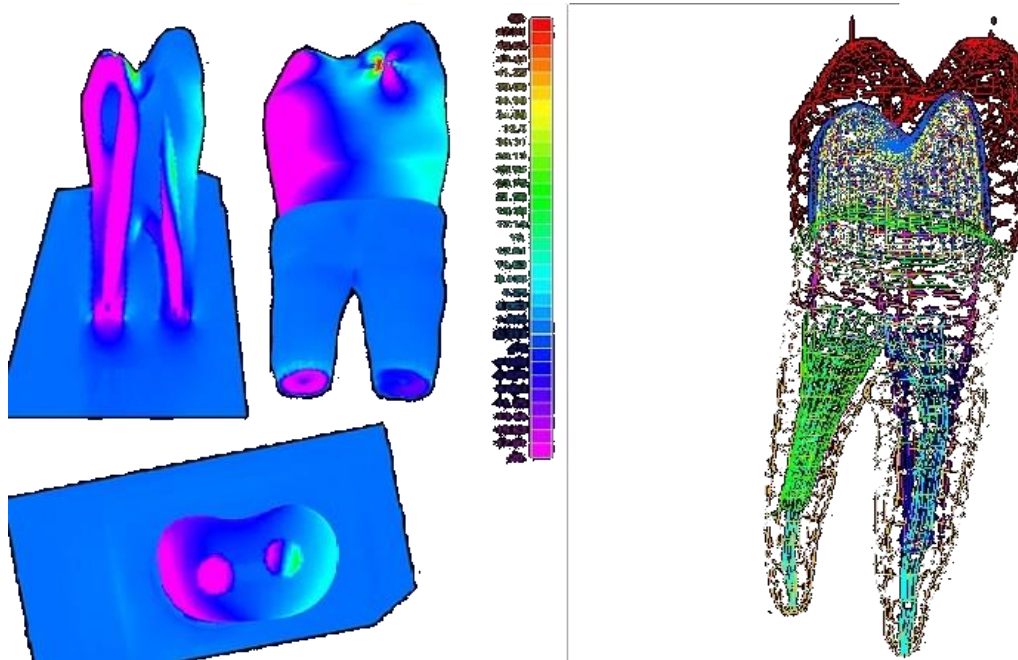
Application of the Finite Element Method to
Slope Stability (Rocscience Inc.)

کاربردها

- انتقال حرارت



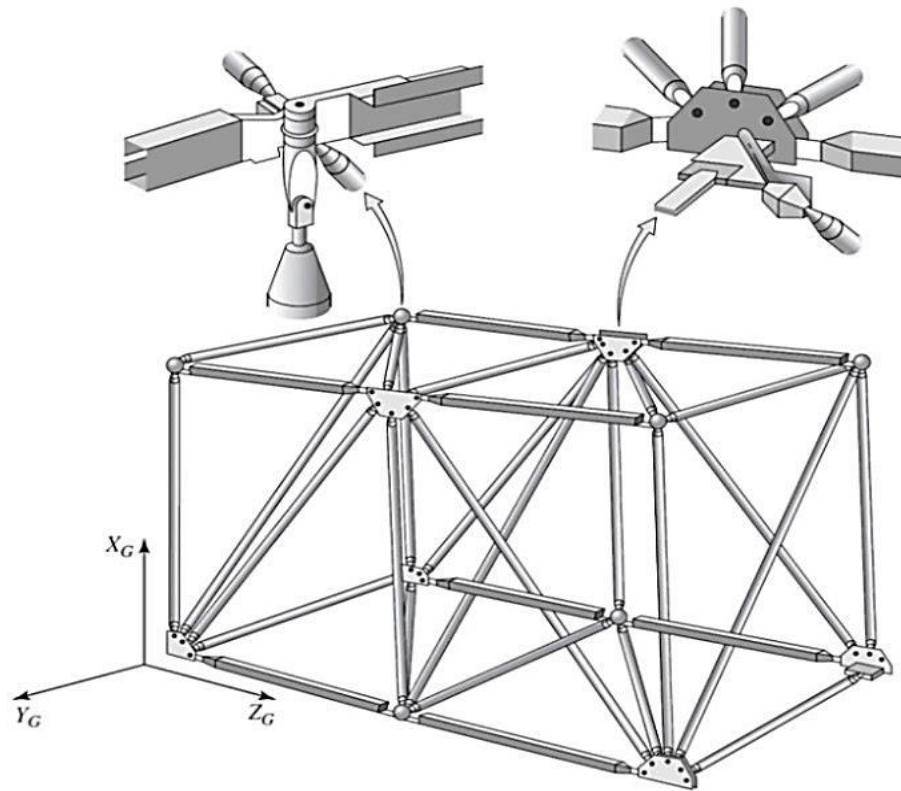
- بیومکانیک



10

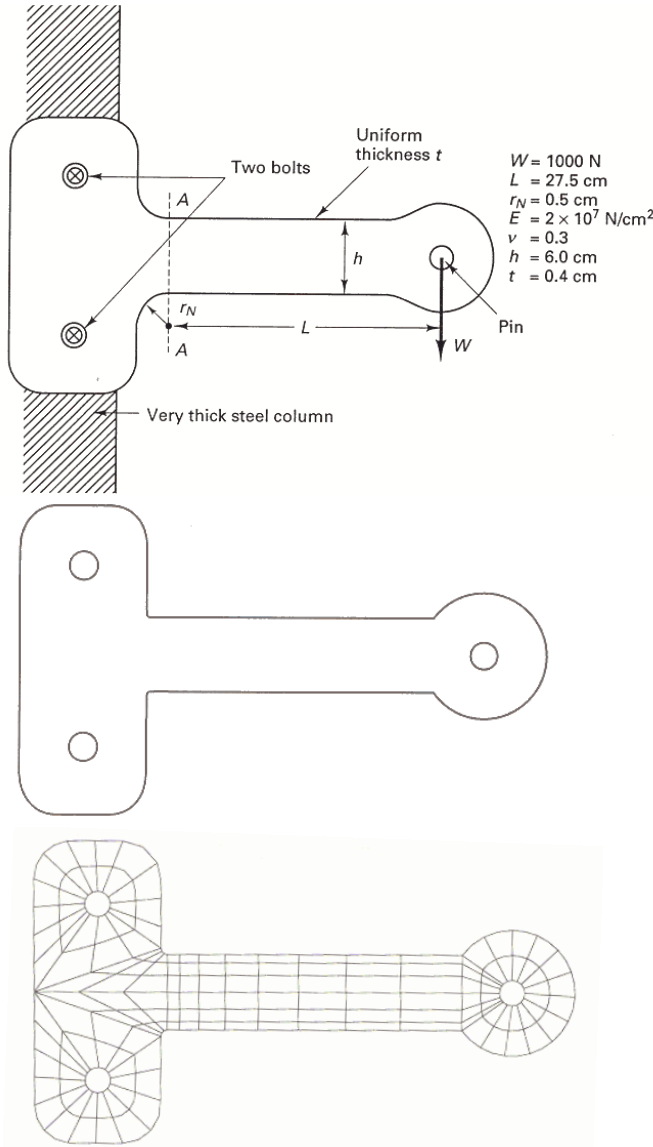
کاربردها

- مهندسی سازه



روند کار روش اجزاء محدود چگونه است؟

۱- مرحله پیش پردازش



✓ تعریف دامنه هندسی مسئله.

✓ تعریف نوع المان‌های استفاده شده.

✓ تعریف خواص مصالح المان‌ها.

✓ تعریف خصوصیات هندسی المان‌ها (طول، مساحت، و ...).

✓ تقسیم دامنه هندسی به المان‌ها و اتصال آنها (مش - بندی مدل).

✓ تعریف محدودیت‌های فیزیکی (شرایط مرزی).

✓ تعریف بارگذاری.

روند کار روش اجزاء محدود چگونه است؟

۲- حل مسئله

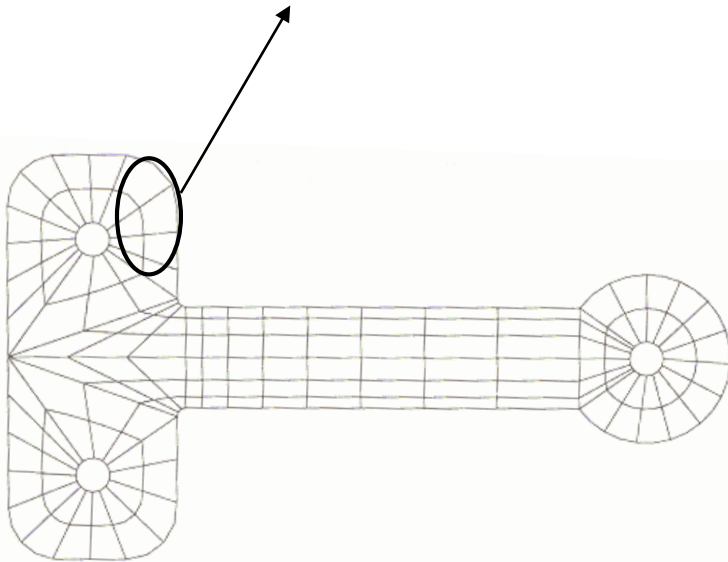
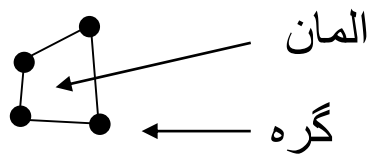
✓ محاسبه ماتریس سختی هر المان و بردار نیروهای گرهی

✓ مونتاژ معادلات جبری حاکم در نرم افزار اجزاء محدود به شکل ماتریس

✓ محاسبه مقادیر مجهول متغیر(های) میدانی

✓ جایگذاری مقادیر محاسبه شده متغیرهای میدانی در معادلات

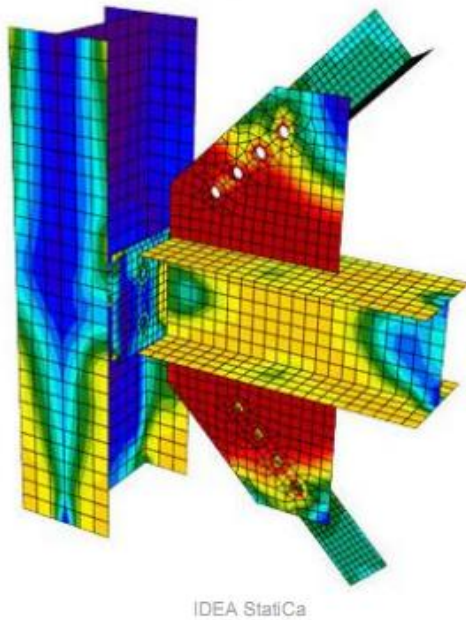
✓ محاسبه متغیرهای منتهجه مانند نیروهای عکس العمل و تنش های المان



روند کار روش اجزاء محدود چگونه است؟

۳- اقدامات نهایی (پس پردازش)

تعریف پس پردازش: تجزیه و تحلیل و ارزیابی نتایج حل



✓ مرتب سازی تنش های المان بر اساس بزرگی

✓ کنترل تعادل

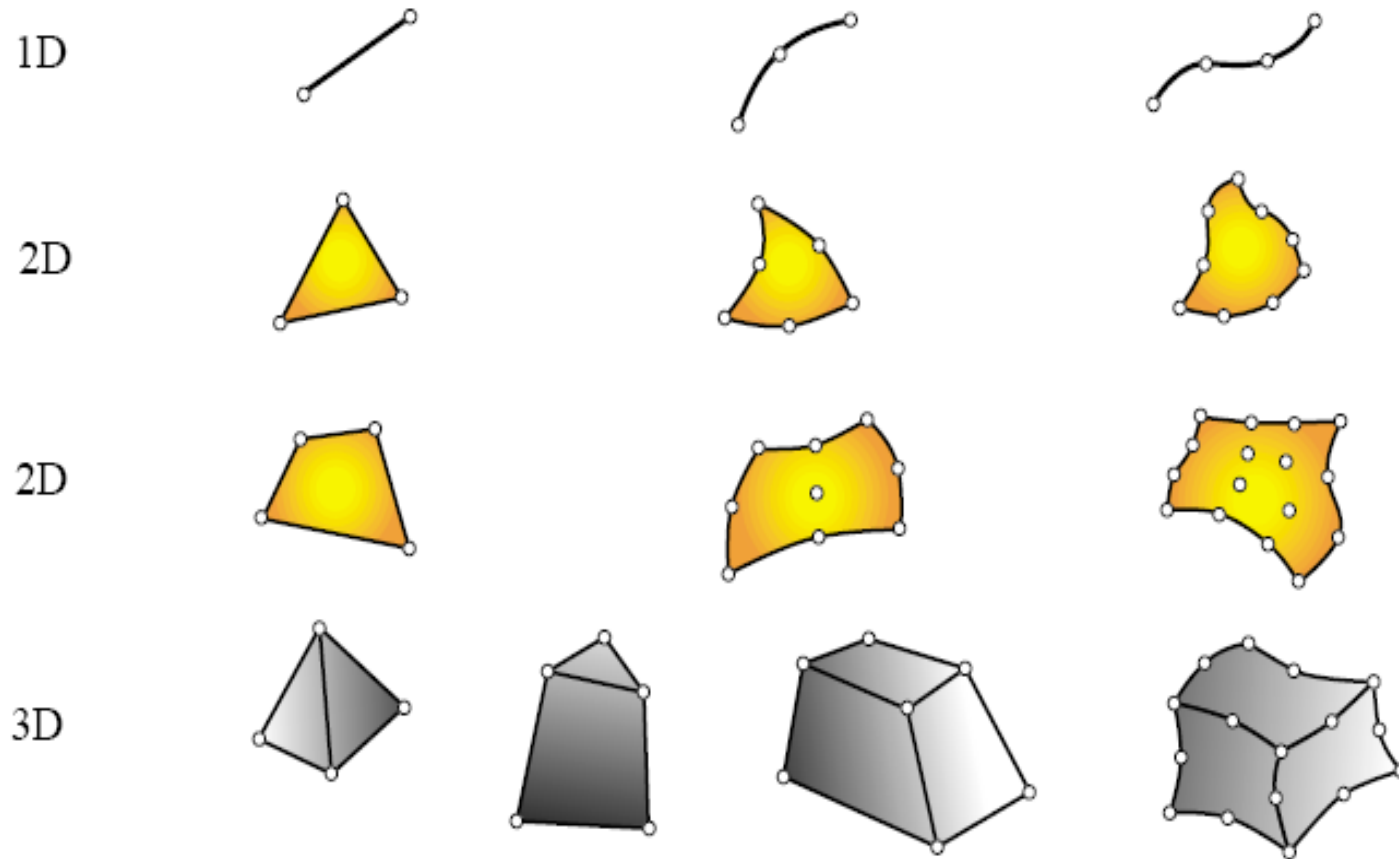
✓ محاسبه ضرایب ایمنی

✓ ترسیم فرم تغییر شکل سازه

✓ متحرک سازی رفتار مدل دینامیکی

✓ ایجاد کدگذاری رنگی برای ترسیم دما

انواع المان ها



مقایسه حل تحلیلی و حل عددی

روش حل تحلیلی (Analytical Solution) با استفاده از اصول ریاضی و بدون وارد کردن تقریب، یک معادله را در تمام دامنه مسئله حل می کند.

حل بسته (Closed-Form Solution) یک مسئله، معادله ای است متشکل از توابع و عملگرهای ریاضی شناخته شده که پاسخ آن مسئله را ارائه می کند.

روش حل عددی (Numerical Solution) تکنیکی برای حل تقریبی مسئله با استفاده از تعداد محدودی جملات ریاضی است.

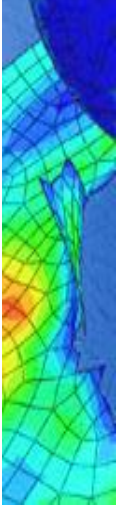
ویژگی روش های حل عددی

- دقت روش حل عددی وابسته به تعداد جملات بوده و قابل افزایش تا حد انتظار است.
- برای مسائل پیچیده و متنوع از نظر مشخصات هندسی، مصالح و بارگذاری قابل استفاده است.
- برای شبیه سازی مسائل فیزیکی واقعی یا آزمایشگاهی مناسب است.
- نرم افزارهای تحلیل و طراحی متداول، عموماً بر روش های عددی مبتنی هستند.

روش‌های حل عددی

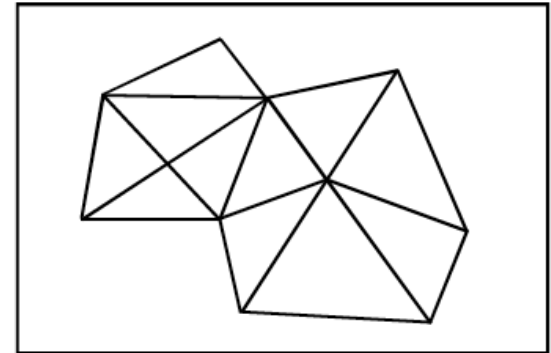
متداول‌ترین روش‌های حل عددی مورد استفاده در تحلیل سازه:

- روش اجزاء محدود Finite Element Method (FEM)
- روش المان مرزی Boundary Element Method (BEM)
- روش المان مجزا Discrete Element Method (DEM)
- روش تفاضل محدود Finite Difference Method (FDM)
- روش رایلی ریتز Rayleigh Ritz Method
- روش‌های بدون شبکه Mesh-Free Methods
- ...



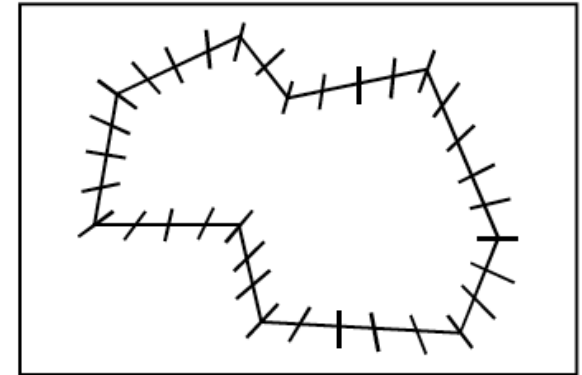
روش اجزاء محدود (Finite element method)

- معادلات دیفرانسیل حاکم بر رفتار به دستگاه معادلات جبری خطی تبدیل می شوند.
- حجم سازه به المان های خطی، صفحه ای یا سه بعدی تقسیم بندی می شود.
- با مش بندی ریز، حجم محاسبات بالا رفته ولی درایه های ماتریس سختی در اطراف قطر تمرکز دارند.
- مسائل ناهمگن را به خوبی تحلیل می کند.
- نرم افزارهای ABAQUS, ANSYS, PERFORM, OpenSees, SAP, ETABS, ... از آن بهره می برند.



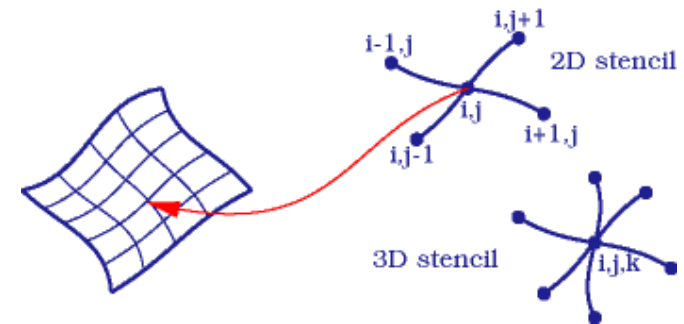
روش المان مرزی (Boundary element method)

- معادلات دیفرانسیل حاکم بر رفتار به انتگرال هایی بر روی مرزها تبدیل شده و این انتگرال ها به شکل دستگاه معادلات جبری خطی بیان می شوند.
- مرزها به المان های خطی یا صفحه ای تقسیم می شوند.
- حجم محاسبات (به دلیل وجود تعداد کمتر المان ها) کمتر از اجزاء محدود است ولی ماتریس سختی کامل و غیرمتقارن است.
- برای مسائل ناهمگن مناسب نیست.



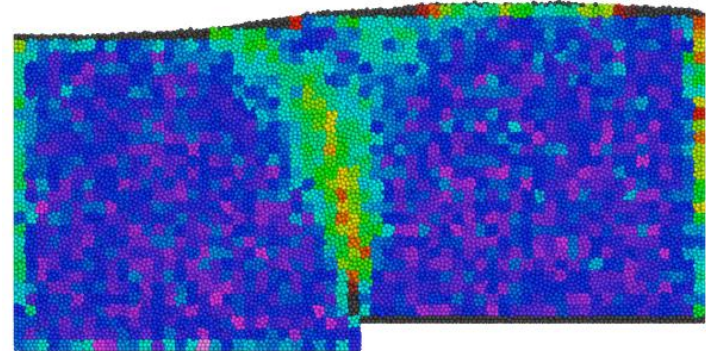
روش تفاضل محدود (Finite Difference Method)

- معادلات حاکم بر مسئله به روش حساب تغییرات حل می شود.
- سازه تقسیم بندی شده و بر اساس نقاط داخلی تحلیل می شود.
- حجم محاسبات کم و برنامه نویسی آن آسان می باشد.
- برای هندسه های پیچیده و نواحی با تمرکز تنش دقت بالایی ندارد.
- برای مسائل برخورد و جریان حرارت یا سیال مناسب است.



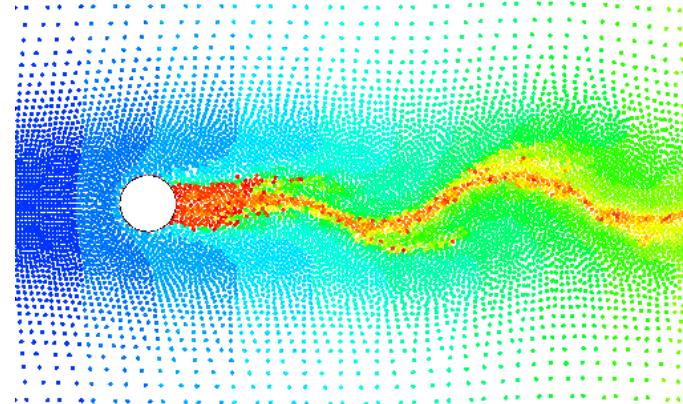
روش المان مجزا (Discrete Element Method)

- حجم سازه به ذراتی که باهم در تماسند، تقسیم بندی می شود.
- مکانیک برخورد بین ذرات تحلیل می شود.
- برای تعداد زیاد ذرات، حجم محاسبات بسیار زیاد است.
- برای مسائل ناهمگن بسیار مناسب است.
- برای مسائل خاص که اجزاء بر روی هم حرکت دارند همچون تغییر شکل گسل ها و روانگرایی خاکها مفید است.



روش های بدون شبکه (Mesh-Free Methods)

- حجم محاسبات این روشها زیاد است و تنها در شرایط خاص مانند موارد زیر کاربرد دارند:
- زمانی که هندسه مسئله تغییرات زیادی دارد و اختصاص مش بندی ثابت به آن دشوار است
- زمانی که گرهها از هم جدا می شوند مانند مسائل ترک خوردگی
- برای تعداد زیاد ذرات، حجم محاسبات بسیار زیاد است.
- مسائل دارای تغییر شکل های بزرگ یا ناپیوسته

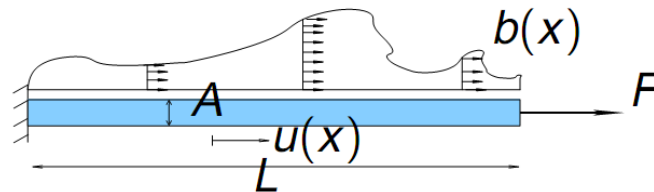


تعاریف

- روش اجزاء محدود: *Finite Element Method (FEM)*
روشی عددی برای به دست آوردن جواب‌های تقریبی مسائل مقدار مرزی در مهندسی

- مسئله مقدار مرزی: *Boundary Value Problem*

مسئله ای است ریاضی که در آن یک یا چند متغیر وابسته، یک معادله‌ی دیفرانسیل را در تمام نقاط یک دامنه مشخص از متغیرهای مستقل (معمولا یک سازه فیزیکی)، و به‌طور خاص شرایط را در مرز این دامنه ارضا کنند.



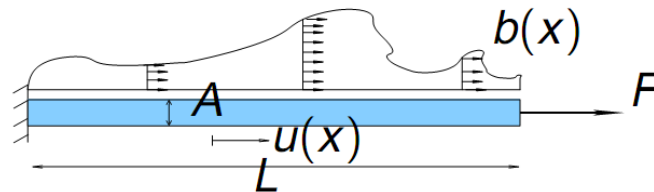
Boundary Value Problem (BVP)

$$EA \frac{d^2 u(x)}{dx^2} + b(x) = 0 \quad \forall x \in (0, L)$$

boundary conditions: $u(0) = 0, \quad EA \frac{du}{dx} \big|_{x=L} = F$

تعاریف

- متغیرهای میدانی: *Field Variables*
متغیرهای وابسته‌ای که معادله دیفرانسیل مسئله، بر آنها حاکم است مانند جابجایی فیزیکی، دما، شار گرما و سرعت سیال
- شرایط مرزی: *Boundary Conditions*
مقادیر خاص متغیرهای میدانی (یا متغیرهای مربوط به آنها مانند مشتقات) در مرزهای میدان



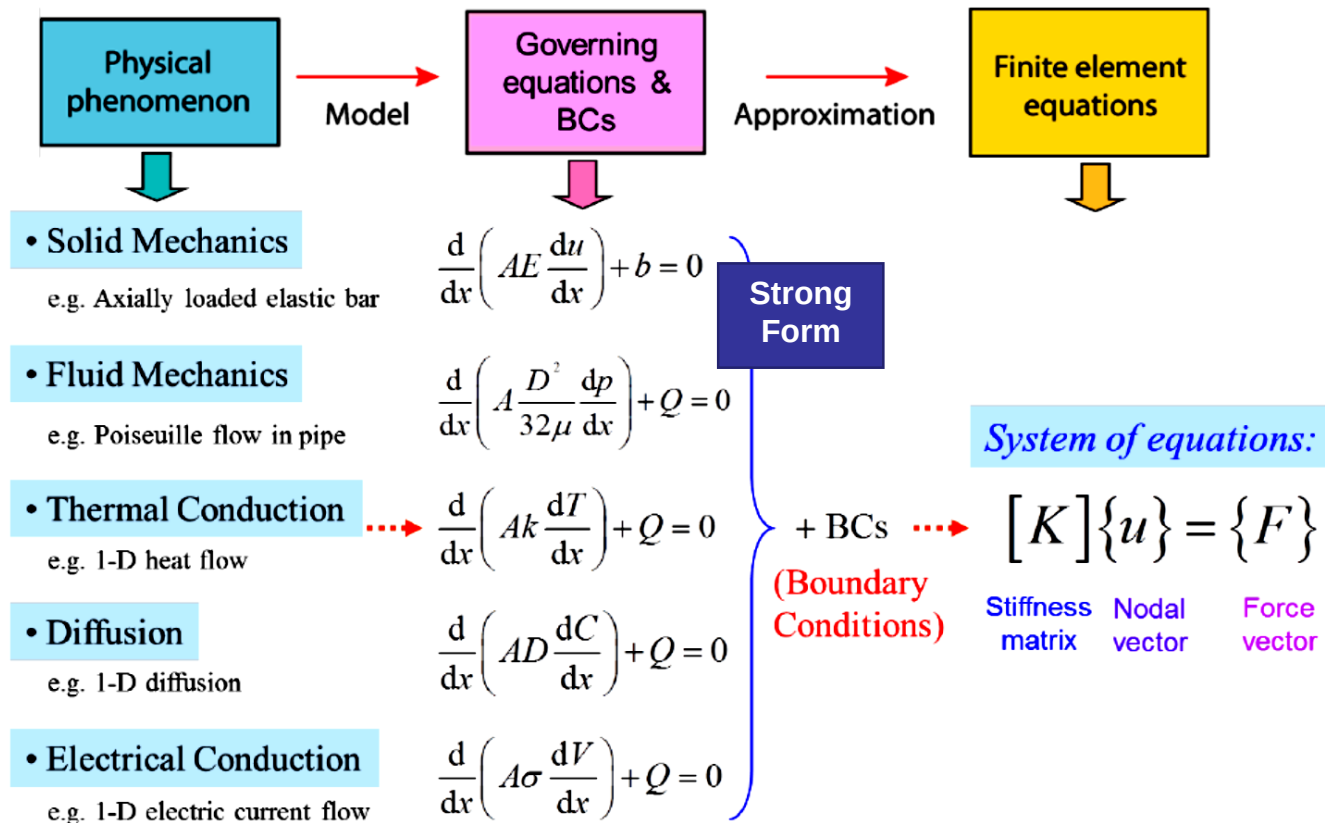
Boundary Value Problem (BVP)

$$EA \frac{d^2 u(x)}{dx^2} + b(x) = 0 \quad \forall x \in (0, L)$$

$$\text{boundary conditions: } u(0) = 0, \quad EA \frac{du}{dx} \Big|_{x=L} = F$$

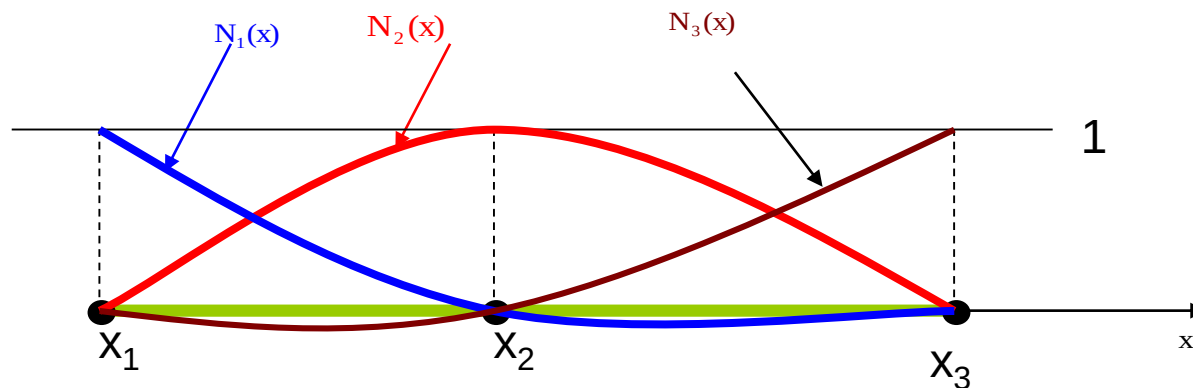
تعاریف

بیان یک مسئله مقادیر مرزی در "فرم قوی" شامل معادله دیفرانسیل حاکم بر مسئله و شرایط مرزی آن می باشد. اما روش اجزای محدود، به دنبال حل مستقیم فرم قوی مسئله نیست.



تعاریف

در تمام رویکردهای حل اجزاء محدود، از توابع درونیاب برای تقریب متغیرهای میدانی (مثلاً تغییر مکان در مسائل سازه‌ای) و در نهایت گسسته‌سازی مسئله (یعنی رسیدن به دستگاه معادلات جبری در فرم ماتریسی) استفاده می‌شود.



لیکن تفاوت در چگونگی طی مسیر حل مسئله، رویکردهای مختلف تحلیل اجزاء محدود را رقم زده است.

رویکردهای تحلیل اجزای محدود

رویکردهای حل مسائل مقادیر مرزی به روش اجزاء محدود:

- روش سختی مستقیم (محدود به مسائل ساده)
- استفاده از "فرم ضعیف" با انتگرال گیری از فرم قوی (مانند روش های باقیمانده وزنی همچون روش گالرکین)
- استفاده از روش های تغییراتی (مانند اصل کار مجازی، قضیه اول کاستیلیانو و اصل انرژی پتانسیل حداقل)

اهداف درس

